

### 3.2.4. Mecanisme planetare utilizate în construcția cutiilor de viteze

#### 3.2.4.1. Noțiuni generale

**Mecanismele planetare** sunt cele la care cel puțin o axă a unei roți dințate este mobilă; elementele componente ale unui astfel de mecanism sunt (fig. 3.41):

- roți dințate centrale sau solare, ce se rotesc în jurul unei axe fixe (roțile 1, 3, 3' și 4);
- roți dințate satelit, ce se rotesc în jurul axei proprii, iar această axă se rotește în raport cu axa centrală a mecanismului (roțile 2, 2' și 5);
- bara (sau platoul) port-sateliți (P și R), ce se rotește în jurul axei fixe a roților centrale.

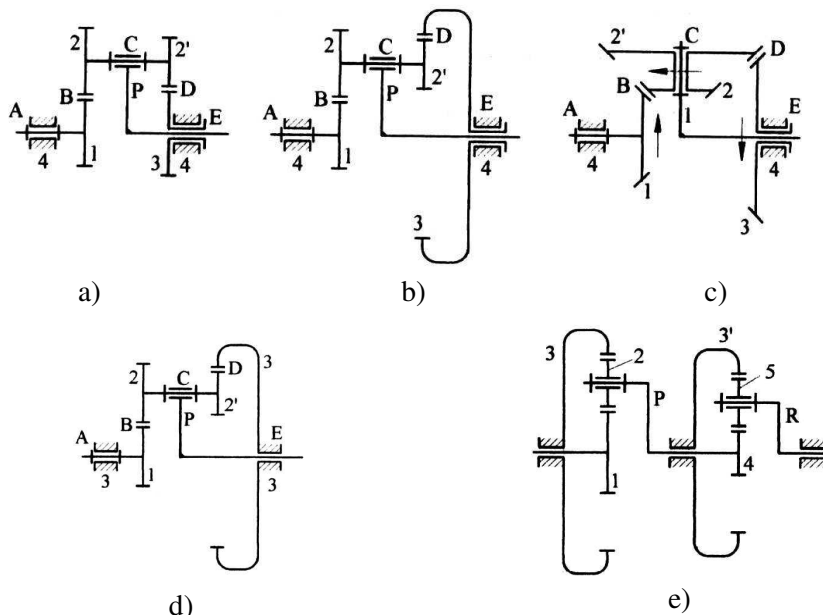


Fig. 3.41 – Tipuri de mecanisme planetare

Axa fixă a mecanismului se numește **axă centrală** și coincide cu axele (fixe) ale roților dințate centrale.

Satelitul poate fi **simplu** (2 și respectiv 5, fig. 3.41e) sau **dublu** (2 și 2', fig. 3.41a...d), cele două roți dințate ale satelitului având de obicei diametre diferite.

Mecanismele planetare pot fi **simplu** (fig. 3.41a...d), atunci când au un singur portsatelit, sau **complexe**, atunci când au mai mulți portsateliți (fig. 3.41e); mecanismele complexe se obțin prin înserierea unor mecanisme planetare simple.

Atunci când una din roțile dințate centrale este fixă, mecanismul este de tipul **planetar propriu-zis** (fig. 3.41d). Dacă platoul port-sateliți este fix, mecanismul devine unul cu axe fixe, iar dacă ambele roți centrale sunt mobile (și evident și platoul port-sateliți), mecanismul este de tip **diferențial** (fig. 3.41a...c).

Roțile dințate utilizate pot fi cilindrice (fig. 3.41a, b, d, e) sau conice (fig. 3.41c).

La autovehiculele rutiere, mecanismele planetare se întâlnesc în construcția unor cutii de viteze continue sau automate, cu sau fără separarea fluxurilor de putere, în construcția diferențialului precum și a transmisiilor finale.

Pentru determinarea raportului de transmitere al mecanismului planetar, se consideră că întreg mecanismul se rotește în jurul axei centrale cu o viteză unghiulară  $-\omega_p$  egală și de sens contrar celei a platoului portsateliți. În acest caz, mecanismul planetar se transformă într-un mecanism cu roți dințate cu axe fixe, iar vitezele unghiulare ale elementelor componente devin:

$$\omega_1^p = \omega_1 - \omega_p,$$

$$\omega_2^p = \omega_2 - \omega_p,$$

$$\omega_3^p = \omega_3 - \omega_p,$$

$$\omega_p^p = \omega_p - \omega_p = 0.$$

Pentru mecanismele planetare simple (fig. 3.41a...d), raportul de transmitere este:

$$i_{13}^p = \frac{\omega_1^p}{\omega_3^p} = \frac{\omega_1 - \omega_p}{\omega_3 - \omega_p},$$

relație cunoscută sub denumirea *formula lui Willis*.

Exprimând raportul de transmitere în funcție de numerele de dinți ale roților, se obțin următoarele relații pentru raportul de transmitere:

- pentru mecanismul din fig. 1a:  $i_{13}^p = \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_1 \cdot Z_2}$  ;
- pentru mecanismul din fig. 1b:  $i_{13}^p = -\frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_1 \cdot Z_2}$  ;
- pentru mecanismul din fig. 1c:  $i_{13}^p = \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_1 \cdot Z_2}$  .

Pentru cazul particular al mecanismului planetar din fig. 3.41d, pentru care  $\omega_3 = 0$ , raportul de transmitere rezultă din egalitatea:

$$i_{13}^p = -\frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_1} = \frac{\omega_1 - \omega_p}{\omega_3 - \omega_p},$$

de unde, pentru  $\omega_3 = 0$ , rezultă:

$$\omega_p \cdot \left( \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_1 \cdot Z_2} + 1 \right) = \omega_1.$$

Atunci când mișcarea se transmite dinspre roata solară (1) către platoul port-sateliți (P), raportul de transmitere al mișcării este:

$$i_{1p} = \frac{\omega_1}{\omega_p} = \frac{z_2 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_2} + 1.$$

Pentru mecanismul planetar simplu (fig. 3.42), în relația anterioară  $z_2 = z_2'$  și raportul de transmitere devine:

$$i_{1p} = \frac{z_3}{z_1} + 1. \quad (*)$$

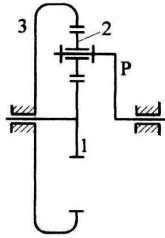


Fig. 3.42 – Mecanism planetar cu satelit simplu

Dacă mișcarea se transmite de la platoul (P) către roata solară (1), raportul de transmitere devine (fig. 3.41d):

$$i_{p1} = \frac{\omega_p}{\omega_1} = \frac{1}{\frac{z_2 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_2} + 1},$$

iar pentru mecanismul din fig. 3.42, raportul de transmitere va fi:

$$i_{p1} = \frac{1}{\frac{z_3}{z_1} + 1}.$$

Evident, în cazul în care platoul port-sateliți este fix, mecanismul devine unul cu axe fixe, iar rapoartele de transmitere vor fi:

- pentru sensul de la (1) la (3):  $i_{13} = -\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2} = -\frac{z_3}{z_1}$ ;
- pentru sensul de la (3) la (1):  $i_{31} = \frac{z_2}{z_3} \cdot \left(-\frac{z_1}{z_2}\right) = -\frac{z_1}{z_3}$ .

Pentru mecanismul din fig. 3.4, la care mișcare se transmite de la roata cu dantură interioară către platoul portsateliți, pentru determinarea raportului de transmitere se ține cont că:

$$i_{p35} = \frac{\omega_3 - \omega_p}{\omega_4 - \omega_p}, \quad i_{p35} = \frac{z_4}{z_3} \cdot \left(-\frac{z_5}{z_4}\right), \quad \omega_5 = 0$$

și obținem raportul de transmitere:

$$i = \frac{\omega_3}{\omega_p} = 1 + \frac{z_5}{z_3}.$$

Mecanismele de tip diferențial se utilizează în cutiile de viteze cu divizarea fluxului de puteri, unde sunt folosite pentru însumarea mișcării, precum și în construcția diferențialului autovehiculului. Spre exemplu, în cutiile de viteze continue de tip Torotrak, pinionul central (1, fig. 3.43) este antrenat de către variatorul de turație, iar platoul port-satețiți (P) este antrenat de către arborele cotit al motorului; pinionul central (3) antrenează transmisia principală. În acest caz, viteza unghiulară a roții dințate (3) este dată de relația:

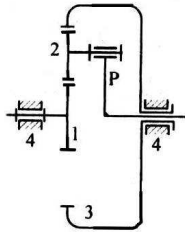


Fig. 3.43 – Mecanism de tip diferențial.

$$\omega_3 = \frac{\omega_p \cdot \left( \frac{Z_3}{Z_1} + 1 \right) - \omega_1}{\frac{Z_3}{Z_1}}$$

Pentru alte tipuri de mecanisme planetare se pot folosi indicațiile din tab. 3.1 pentru determinarea raportului de transmitere intern (în raport cu platoul port-satețiți).

Tabelul 3.1

**Rapoarte de transmitere pentru mecanisme planetare**

Tipul	Schema	Precizări	Raportul de transmitere $i^p$
A		Mecanism cu satelit simplu cu angrenare exterioră și interioră	$-\frac{z_b}{z_a}$
B		Mecanism cu satelit dublu cu angrenare exterioră și interioră	$-\frac{z_b}{z_a} \frac{z_g}{z_f}$
C		Mecanism cu satelit dublu cu angrenare exterioră	$\frac{z_b}{z_a} \frac{z_g}{z_f}$
		Idem cu angrenare interioră cu roțile centrale	$\frac{z_b}{z_a} \frac{z_g}{z_f}$
D		Mecanism cu o pereche de sateliți simpli cu angrenare exterioră și interioră cu roțile centrale	$\frac{z_b}{z_a}$
		Idem cu angrenare exterioră cu roțile centrale	$-\frac{z_b}{z_a}$
E		Diferențial auto	$-\frac{z_b}{z_a}$

Notă:  $i^p$  – raportul de transmitere în raport cu platoul portsatețiți.

### 3.2.4.2. Condiții constructive

Funcționarea corespunzătoare a mecanismelor de tip planetar necesită respectarea unor condiții de coaxialitate, montaj și vecinătate.

**Condiția de coaxialitate** presupune ca axele coșilor centrale și ale platoului port-sateți să soincidă. Astfel pentru mecanismul din fig. 3.41a, putem scrie:

$$a_{12} = a_{2'3},$$

sau, presupunând că roțile dințate sunt cu dantură dreaptă și au același modul,

$$m \cdot (z_1 + z_2) = m \cdot (z_2' + z_3),$$

rezultând:

$$z_1 + z_2 = z_2' + z_3.$$

Pentru mecanismul din fig. 3.41b, aplicând același raționament, obținem în final:

$$z_1 + z_2 = z_3 - z_2',$$

iar pentru mecanismul din fig. 3.42 vom avea:

$$z_2 = \frac{z_3 - z_1}{2}.$$

**Condiția de montaj** impune stabilirea numărului de sateliți ai mecanismului astfel încât să se asigure angrenarea simultană a acestora cu ambele roți centrale. Astfel, pentru un mecanism planetar cu satelit simplu (fig. 3.44), unghiul la centru dintre doi sateliți vecini va fi:

$$\theta_p = \frac{2 \cdot \pi}{n},$$

unde  $n$  este numărul de sateliți.

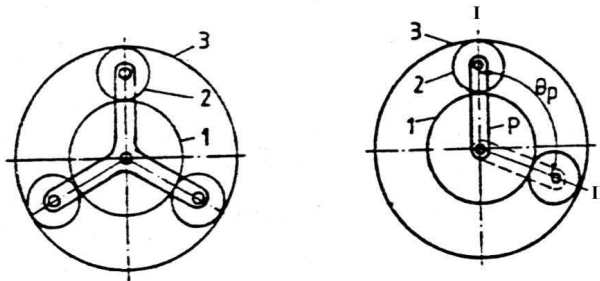


Fig. 3.44 – Schemă pentru determinarea condiției de montaj

Presupunând că roata centrală (1) este fixă și mișcarea se transmite de la roata (3) la platoul port-sateți, având în vedere cele menționate mai sus, putem scrie:

$$i_{31} = \frac{z_2}{z_3} \cdot \left( -\frac{z_1}{z_3} \right) = \frac{\omega_3 - \omega_p}{\omega_1 - \omega_p}.$$

Pentru  $\omega_1 = 0$  rezultă:

$$\omega_3 = \omega_p \cdot \frac{z_1 + z_3}{z_3}.$$

Atunci când port-satelitul se rotește cu unghiul  $\theta_p$ , deplasându-se din poziția (I) în poziția (II) – vezi fig. 3.44 – roata centrală (3) se rotește cu unghiul  $\theta_3$ :

$$\theta_3 = \theta_p \cdot \frac{z_1 + z_3}{z_3}. \quad (**)$$

Pentru ca în noua poziție satelitul să angreneze cu ambele roți centrale (1 și 3) trebuie ca lungimea arcului parcurs de roata (3) pe cercul de rostogolire să fie un multiplu al pasului său circular:

$$\theta_3 \cdot r_{w3} = k \cdot p_{w3},$$

în care  $r_{w3}$  este raza de rostogolire a roții, iar  $k$  este un număr întreg.  
}înând cont că:

$$p_{w3} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_{w3}}{z_3},$$

rezultă:

$$\theta_3 = \frac{2 \cdot \pi}{z_3} \cdot k.$$

Înlocuind  $\theta_p$  și  $\theta_3$  în relația (\*\*), obținem condiția de montaj:

$$\frac{z_1 + z_3}{n} = k.$$

**Condiția de vecinătate** impune ca doi sateliți vecini să nu se atingă, astfel încât funcționarea mecanismului și montajul să fie posibile; se impune respectarea condiției:

$$a_s > d_{a2},$$

unde  $a_s$  este distanța dintre axele a doi sateliți vecini, iar  $d_{a2}$  este diametrul de cap al sateliților.

Considerând sateliții cu dantură dreaptă, fără deplasare de profil, rezultă în final:

$$(z_1 + z_2) \cdot \sin \frac{\pi}{n} = (z_3 - z_2) \cdot \sin \frac{\pi}{n} > z_2 + 2.$$

### 3.2.4.3. Exemplu de calcul al unui mecanism planetar

Să proiecteze un mecanism planetar de tipul celui din fig. 3.42, pentru care se cunosc următoarele date:

- cuplul maxim: 265 N·m la 1800 rot/min (putere 50000 W);
- element conducător: roata centrală **I**;
- element condus: platoul port-satelit **P**;
- element fix: roata dințată centrală **3**;
- raport de transmitere  $i_{1P} = 4$  ;
- număr sateliți  $n = 3$ ;
- dantură dreaptă, nedeplasată.

Relațiile de calcul și rezultatele obținute sunt prezentate în tabelul 3.2.

Tabelul 3.2

**Calculul mecanismului planetar**

Nr. crt.	Denumire	Simbol	Rezultate
1.	Raportul nr. de dinți	$\frac{z_3}{z_1}$	Din relația (*) rezultă $\frac{z_3}{z_1} = i_{1P} - 1 = 3$
2.	Numerele de dinți ale roților	$z_1, z_2, z_3$	Se alege $z_1 = 27$ și deci $z_3 = 27 \cdot 3 = 81$ ; Din condiția de coaxialitate $z_2 = \frac{z_3 - z_1}{2} = 27$
3.	Verificare condiție de montaj	-	$\frac{z_1 + z_3}{n} = k$ ; rezultă: $(27+81)/3=36$ (număr întreg).
4.	Verificare condiție de vecinătate	-	$(z_1 + z_2) \cdot \sin \frac{\pi}{n} > z_2 + 2$ ; rezultă $54 \cdot 0,8666 > 29$
5.	Cupluri	$M_1, M_p, M_3$	- pinionul 1: $M_1 = 265 \text{ N}\cdot\text{m}$ - platoul port-satețiți: $M_p = M_1 \cdot i_{1P} = 265 \cdot 4 = 1060 \text{ N}\cdot\text{m}$ ; - pinionul 3: $M_3 = M_p - M_1 = 1060 - 265 = 795 \text{ N}\cdot\text{m}$ .
6.	Viteze unghiulare	$\omega_1, \omega_p$	pinionul 1: $\omega_1 = \frac{\pi \cdot 1800}{30} = 188,4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ; ieșire (platou port-satețiți): $\omega_p = \omega_1 / i_{1P} = 188,4/4 = 47,1 \text{ rad/s}$

**3.2.7. Calculul cutiilor de viteze mecanice, în trepte**

**3.2.7.1. Calculul roților dințate**

Numărul treptelor de viteză precum și rapoartele de transmitere ale treptelor se determină din calculul dinamic al autovehiculului.

Soluția constructivă de realizare a cutiei de viteze depinde de tipul autovehiculului și organizarea acestuia. Astfel, la autoturismele organizate după soluția clasică, de obicei se utilizează cutii de viteze cu trei arbori, în timp ce la autoturismele organizate după soluția “totul în față” sau “totul în spate” se preferă cutiile de viteze cu doi arbori, din motive legate de reducerea gabaritului. La autocamioane și autobuze cutiile de viteze sunt de tipul cu trei arbori; la unele autocamioane se utilizează și cutii de viteze compuse. La tractoare se întâlnesc

atât cutiile de viteze cu doi arbori, cât și cele cu trei arbori sau compuse (care permit obținerea unui număr mare de rapoarte de transmitere).

Pentru cuplarea treptelor de mers înainte în prezent este practic generalizată soluția cu roți dințate angrenate permanent și mufe cu dispozitive de cuplare. La unele camioane, autobuze și tractoare, pentru treptele inferioare se mai utilizează soluția de cuplare a treptelor prin deplasarea axială a roților. Această soluție este utilizată și pentru treapta de mers înapoi.

Pentru calcule de predimensionare a cutiei de viteze, modulul normal al roților dințate se poate determina cu ajutorul nomogramei din fig. 3.74, în funcție de cuplul la arborele secundar în prima treaptă a cutiei de viteze.

Cuplul la arborele secundar pentru prima treaptă se determină cu relația:

$$M_s = M_{e\max} \cdot i_{kl} \cdot \eta_{cv},$$

în care  $M_{e\max}$  este cuplul maxim al motorului,  $i_{kl}$  este raportul de transmitere al primei trepte, iar  $\eta_{cv}$  este randamentul cutiei de viteze (0,9...0,95). Valorile recomandate ale modului sunt cele din zona cuprinsă între cele două linii groase; pentru autoturisme se preferă valorile inferioare (ce permit micșorarea gabariturii), în timp ce pentru autobuze, camioane etc. se vor utiliza valorile superioare ale modului. Valorile standardizate ale modului normal sunt prezentate în tabelul 3.3. Valorile de pe rândul (I) sunt cele preferate, dar pentru autoturisme se admite și folosirea modurilor de 3,25, 3,75 și 4,25 mm.

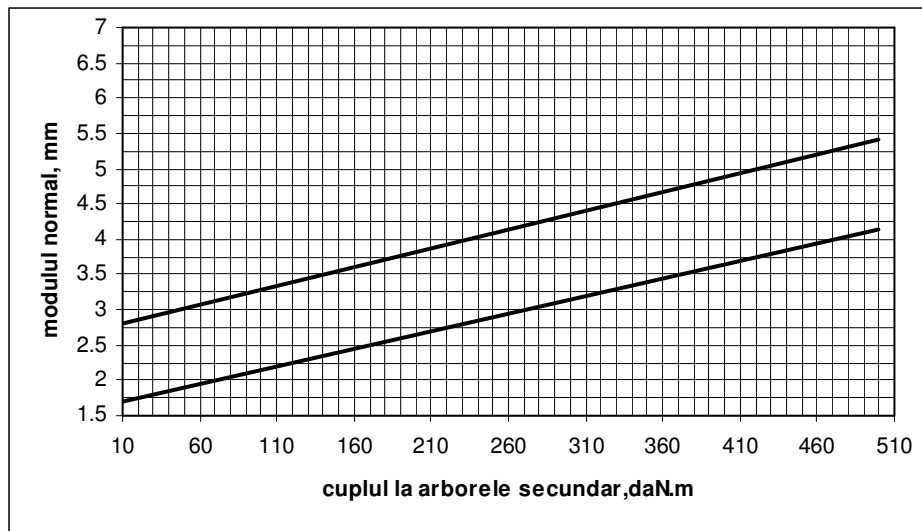


Fig. 3.74 – Nomogramă pentru determinarea preliminară a modului normal

Tabelul 3.3

Valorile standardizate ale modurilor

I	2	2,5	3	4	5	6	8	10	12
II	2,25	2,75	3,5	4,5	5,5	7	9	11	

Pentru predimensionarea roților dințate ale cutiei de viteze se pot utiliza



recomandările din fig. 3.75.

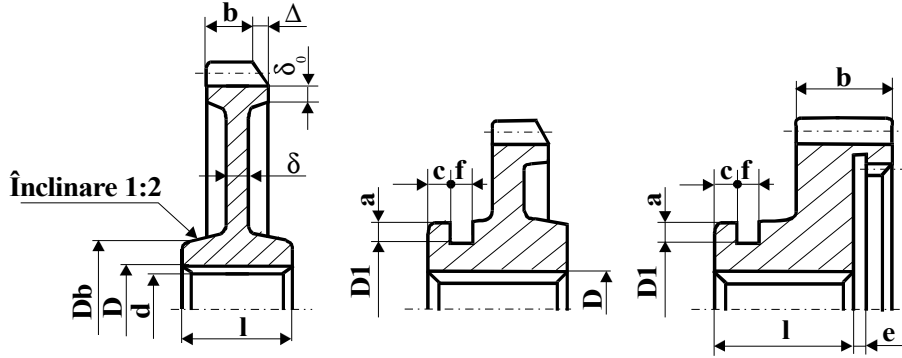


Fig. 3.75 – Elemente de predimensionare a roților dințate  
 $a = 8 \dots 12 \text{ mm}$ ;  $b = (4,5 \dots 6,5) \cdot m$ ;  $c = 5 \dots 10 \text{ mm}$ ;  $e = 5 \dots 8 \text{ mm}$ ;  $f = 10 \dots 14 \text{ mm}$ ;  
 $D_b = (1,5 \dots 1,7) \cdot d$ ;  $D_1 = (1,2 \dots 1,3) \cdot D$ ;  $\delta_0 = (2 \dots 3) \cdot m$ ;  $\Delta = 3 \dots 5 \text{ mm}$ .

Pentru calcule preliminare, distanța dintre axele arborilor cutiei de viteze se poate determina cu relațiile:

- pentru autoturisme:  $A = 26 \cdot \sqrt[3]{M_{e \max}} \text{ [mm]}$ ;
- pentru autobuze, tractoare etc.:  $A = 40 \cdot \sqrt[3]{M_{e \max}} \text{ [mm]}$ ;

unde  $M_{e \max}$  este cuplul maxim al motorului, în daN·m.

Pentru determinarea numărului de dinți ai roților dințate ale cutiilor de viteze **cu doi arbori** se folosește schema din fig. 3.76.

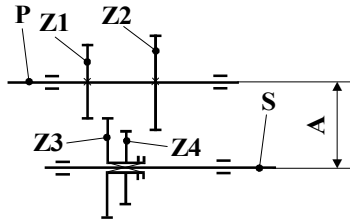


Fig. 3.76 – Schema pentru calculul cutiilor de viteze cu doi arbori

P-arbore primar;  
 S-arbore secundar;  
 A-distanța dintre axe.

Distanța dintre axele arborilor este:

$$A = r_{d1} + r_{d3} = r_{d2} + r_{d4} = \dots,$$

$r_d$  fiind raza de divizare a roții dințate.

Dacă roțile dințate sunt **cu dinți drepți**, putem scrie:

$$A = \frac{m_1 \cdot (z_1 + z_3)}{2} = \frac{m_2 \cdot (z_2 + z_4)}{2} = \dots$$

De obicei se utilizează același modul pentru toate roțile dințate:

$$m_1 = m_2 = \dots = m.$$

Ca urmare rezultă:

$$A = \frac{m \cdot (z_1 + z_3)}{2} = \frac{m \cdot (z_2 + z_4)}{2} = \dots,$$

sau

$$z_1 + z_3 = z_2 + z_4 = \dots = \frac{2 \cdot A}{m}.$$

}inând cont că:

$$i_{kl} = \frac{z_3}{z_1}, \quad i_{kll} = \frac{z_4}{z_2} \dots,$$

obținem

$$A = \frac{m \cdot z_1 \cdot (1 + i_{kl})}{2} = \frac{m \cdot z_2 \cdot (1 + i_{kll})}{2} = \dots$$

Cunoscând distanța interaxială A, se poate determina numărul de dinți  $z_1$ :

$$z_1 = \frac{2 \cdot A}{m \cdot (1 + i_{kl})}.$$

Pentru reducerea dimensiunilor cutiei de viteze, pentru  $z_1$  se adoptă numărul minim de dinți ( $z_{\min} = 17$ ) și rezultă  $z_3 = z_1 \cdot i_{kl}$ ; în acest caz, distanța interaxială va fi:

$$A = \frac{m \cdot z_1 \cdot (1 + i_{kl})}{2}$$

Pentru celelalte roți dințate, din relațiile care dau distanța între axe obținem:

$$z_2 = \frac{2 \cdot A}{m \cdot (1 + i_{kll})}; \quad z_4 = z_2 \cdot i_{kll} \dots$$

În cazul roților dințate **cu dantură înclinată**, distanța dintre axe este:

$$A = \frac{m_1 \cdot (z_1 + z_3)}{2 \cdot \cos \beta_1} = \frac{m_2 \cdot (z_2 + z_4)}{2 \cdot \cos \beta_2} = \dots$$

Dacă toate roțile dințate au același modul normal m rezultă:

$$A = \frac{m \cdot (z_1 + z_3)}{2 \cdot \cos \beta_1} = \frac{m \cdot (z_2 + z_4)}{2 \cdot \cos \beta_2} = \dots$$

sau

$$\frac{z_1 + z_3}{\cos \beta_1} = \frac{z_2 + z_4}{\cos \beta_2} = \dots = \frac{2 \cdot A}{m}.$$

}inând cont de rapoartele de transmitere ale treptelor de viteză obținem:

$$A = \frac{m \cdot z_1 \cdot (1 + i_{kl})}{2 \cdot \cos \beta_1} = \frac{m \cdot z_2 \cdot (1 + i_{kll})}{2 \cdot \cos \beta_2} = \dots$$

Procedând similar cazului anterior, se adoptă  $z_1 = z_{\min}^*$  și rezultă:

$$A = \frac{m \cdot z_1 \cdot (1 + i_{kl})}{2 \cdot \cos \beta_1},$$

$$z_3 = z_1 \cdot i_{kl}; \quad z_2 = \frac{2 \cdot A \cdot \cos \beta_2}{m \cdot (1 + i_{kII})}; \quad z_4 = z_2 \cdot i_{kII} \dots$$

Numerele de dinți ale roților se rotunjesc la valori întregi, astfel încât rapoartele de transmitere care rezultă să se apropie cât mai mult de cele determinate prin calculul dinamic.

Prin rotunjirea numărului de dinți ai roților la valori întregi, distanța dintre axe se modifică; păstrarea aceleiași distanțe interaxiale pentru toate treptele de viteză se realizează prin:

- deplasarea profilului dintelui;
- modificarea unghiului de înclinare al danturii.

Dacă se apelează la prima metodă, se determină întâi noua distanță dintre axe  $A_c$ , corespunzătoare valorilor rotunjite ale numerelor de dinți:

$$A_c = \frac{m \cdot (z_{1r} + z_{3r})}{2 \cdot \cos \beta},$$

în care  $z_{1r}$  și  $z_{3r}$  sunt valorile rotunjite.

Se determină apoi unghiul de angrenare frontal, folosindu-se relația:

$$\cos \alpha_{wf} = \cos \alpha_f \cdot \frac{A_c}{A},$$

unde  $\alpha_f = \arctg \frac{tg \alpha}{\cos \beta_1}$ , iar unghiul de angrenare normal este  $\alpha = 20^\circ$ .

Suma deplasărilor de profil ale celor două roți dințate, necesare pentru a readuce angrenajul la distanța dintre axe  $A$  este dată de relația:

$$x_1 + x_3 = (z_1 + z_3) \cdot \frac{inv \alpha_{wf} - inv \alpha_f}{2 \cdot tg \alpha_f},$$

în care  $inv \alpha = tg \alpha - \alpha$  (unghiul de angrenare normal  $\alpha$  se exprimă în radiani).

Corecția danturii (deplasarea profilului dintelui) se aplică, de obicei, la rapoarte de transmitere  $i_k > 2$ ; în acest caz, la roata dințată cu diametru mai mic se aplică deplasarea pozitivă (care conduce la obținerea unui dinte mai gros la bază și mai îngust la vârf), iar deplasarea negativă se aplică la roata dințată cu diametru mai mare. La roțile dințate ale treptelor superioare se aplică și corectarea danturii prin modificarea unghiului de angrenare normal de la  $20^\circ$  la  $17^\circ 30'$  sau la  $14^\circ$ .

Dacă nu se apelează la deplasarea profilului (se folosesc angrenaje nedeplasate), distanța dintre axe se modifică prin schimbarea unghiului de

---

\*  $z_{\min} = \frac{2 \cdot (1 - x) \cdot \cos \beta}{\sin^2 \alpha_f}; tg \alpha_f = \frac{tg \alpha}{\cos \beta}; \alpha = 20^\circ$

înclinare al danturii; acesta se determină cu ajutorul relației:

$$\cos \beta_{1c} = \frac{(z_{1r} + z_{3r}) \cdot m}{2 \cdot A}.$$

Pentru cutiile de viteze **cu trei arbori** vom utiliza schema din fig. 3.77.

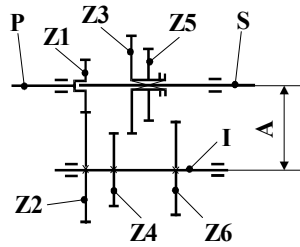


Fig. 3.77 – Schema de calcul pentru cutiile de viteze cu trei arbori

P-arbore primar;  
I-arbore intermediar;  
S-arbore secundar.

Atunci când roțile dințate sunt **cu dinți drepecți**, similar celor prezentate la cutiile de viteze cu doi arbori, putem scrie:

$$A = \frac{m_1 \cdot (z_1 + z_2)}{2} = \frac{m_2 \cdot (z_3 + z_4)}{2} = \frac{m_3 \cdot (z_5 + z_6)}{2} = \dots$$

Dacă toate roțile dințate au același modul  $m$ , rezultă:

$$A = \frac{m \cdot (z_1 + z_2)}{2} = \frac{m \cdot (z_3 + z_4)}{2} = \frac{m \cdot (z_5 + z_6)}{2} = \dots$$

Pentru roata dințată de pe arborele primar (P) se adoptă  $z_1 = z_{\min}$  și obținem:

$$z_2 = \frac{2 \cdot A}{m} - z_1.$$

Notăm  $i_p = \frac{z_2}{z_1}$  și ținem cont că raportul de transmitere al primei trepte

este  $i_{kl} = i_p \cdot \frac{z_3}{z_4}$  și rezultă:

$$A = \frac{m \cdot z_4 \cdot \left(1 + \frac{i_{kl}}{i_p}\right)}{2} \Rightarrow z_4 = \frac{2 \cdot A}{m \cdot \left(1 + \frac{i_{kl}}{i_p}\right)}, \quad z_3 = \frac{i_{kl}}{i_p} \cdot z_4.$$

În mod asemănător se determină numărele de dinți ale celorlalte roți dințate ale cutiei de viteze.

Dacă se utilizează roți dințate **cu dinți înclinați**, având același modul  $m$ , rezultă:

$$A = \frac{m \cdot (z_1 + z_2)}{2 \cdot \cos \beta_1} = \frac{m \cdot (z_3 + z_4)}{2 \cdot \cos \beta_2} = \frac{m \cdot (z_5 + z_6)}{2 \cdot \cos \beta_3} = \dots$$

Adoptând  $z_1 = z_{\min}$  obținem:

$$z_2 = \frac{2 \cdot A \cdot \cos \beta_1}{m} - z_1.$$

Pentru roțile dințate ale primei trepte a cutiei de viteze vom avea:

$$z_4 = \frac{2 \cdot A \cdot \cos \beta_2}{m \cdot \left(1 + \frac{i_{kl}}{i_p}\right)}, \quad z_3 = \frac{i_{kl}}{i_p} \cdot z_4.$$

În continuare se verifică dacă distanța dintre axe asigură limitarea tensiunii de contact la oboseală pe flancurile dinților:

- pentru roți dințate cu dinți dreupți sau înclinați, la care  $b/D_d \leq 0,5$ :

$$A \geq 62 \cdot (u + 1) \cdot \left( \frac{M_t \cdot K_I}{u \cdot \Psi_a \cdot \sigma_{Hlim}} \right)^{0,33} \quad [\text{mm}];$$

- pentru roți dințate cu dinți înclinați și  $b/D_d > 0,5$ :

$$A \geq 57 \cdot (u + 1) \cdot \left( \frac{M_t \cdot K_I}{u \cdot \Psi_a \cdot \sigma_{Hlim}} \right)^{0,33} \quad [\text{mm}];$$

în care:

- $b$  – lățimea roții dințate [mm];
- $D_d$  – diametrul de divizare al roții dințate conducătoare [mm];
- $u = z_{\text{mare}} / z_{\text{mic}}$ ;
- $M_t$  – cuplul aplicat roții dințate conducătoare și N.mmț;
- $K_I = 1,5 \dots 2,0$  (factor dinamic exterior);
- $\Psi_a = b/A$ ;
- $\sigma_{Hlim} = 300 \dots 900$  și MPaț (rezistența limită de contact).

Din condiția limitării solicitării la piciorul dintelui se determină modulul normal minim necesar:

$$m \geq \frac{3,5 \cdot M_t \cdot (u + 1) \cdot K_I \cdot Y_\beta}{A^2 \cdot \Psi_a \cdot \sigma_{Flim}} \quad [\text{mm}],$$

unde:

- $Y_\beta$  - factor de înclinare a danturii ( $Y_\beta = 1 - \beta/120$  pentru  $\beta \leq 24^\circ$  și  $Y_\beta = 0,8$  pentru  $\beta > 24^\circ$ );
- $\sigma_{Flim} = 100 \dots 300$  MPa (solicitarea admisibilă la piciorul dintelui).

Roțile dințate se execută din oțeluri aliate de cementare (18MoCN13X, 21MoC12X, 20C08); roțile se cimentează și apoi se tratează termic. Se obține o adâncime a stratului cementat de 1,1...1,7 mm, suprafețele dinților având o duritate de 56...63HRC. La autoturisme și camioane cu sarcina utilă sub 20 kN, roțile dințate se pot cianura.

### 3.2.7.2. Calculul arborilor cutiei de viteze

Utilizând schema din fig. 3.78, forțele ce acționează asupra unei roți dințate cilindrice cu dantură înclinată sunt:

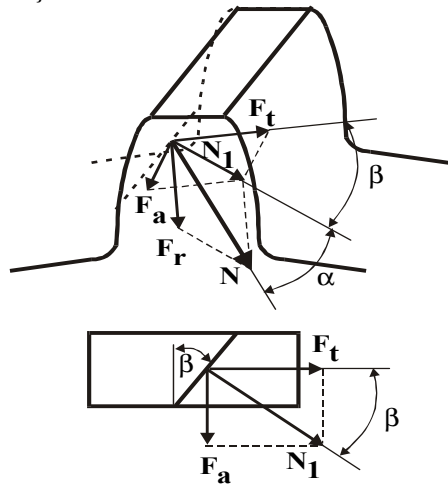


Fig. 3.78 – Forțe ce acționează asupra roții dințate cu dantură înclinată

$\alpha$ -unghiul de angrenare;  
 $\beta$ - unghiul de înclinare a dinților;  
 N-forța normală pe dinte;  
 $F_a$ -forța axială;  
 $F_r$ -forța radială;  
 $F_t$ -forța tangențială.

- forța tangențială  $F_t = \frac{M_t}{r_d}$ , unde  $M_t$  este momentul de torsiune, iar  $r_d$  este raza de divizare a roții dințate;
- forța axială  $F_a = F_t \cdot \operatorname{tg} \beta$ ;
- forța radială  $F_r = \frac{F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\cos \beta}$ ;
- forța normală pe dinte  $N = \frac{F_t}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$ .

Schema de încărcare a arborelui primar al unei cutii de viteze cu doi arbori este prezentată în fig. 3.79.

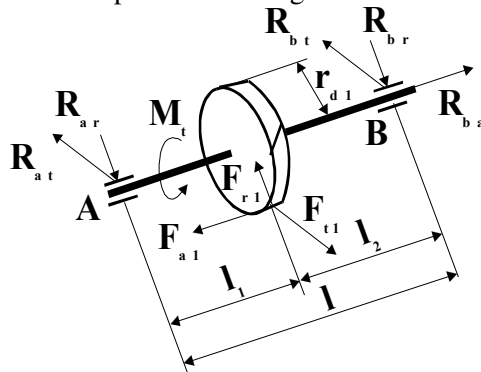


Fig. 3.79 – Schema de încărcare a arborelui primar

Arborele este solicitat la încovoiere în plan radial și în plan tangențial (fig. 3.80); în același timp, zona cuprinsă între lagărul (A) și roata dințată este

solicitată și la torsiune de către momentul  $M_t = M_{emax}$ .

Se observă că, în plan radial, forța axială  $F_{a1}$  ce acționează asupra pinionului produce un moment de încovoiere  $M_{i1} = F_{a1} \cdot r_{d1}$ , unde  $r_{d1}$  este raza de divizare a roții dințate.

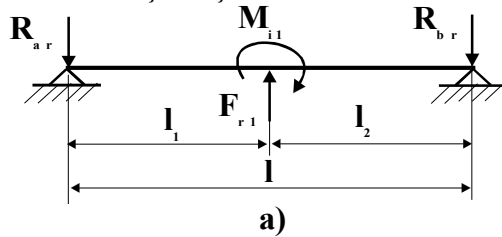
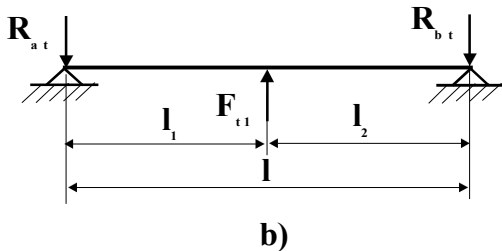


Fig. 3.80 – Solicitarea la încovoiere a arborelui primar



a-în plan radial;  
b-în plan tangențial.

Din echilibrul forțelor axiale rezultă forța axială din lagărul (B) ca fiind  $R_{ba} = F_{a1}$ .

Reacțiunile tangențiale și radiale din lagăre se determină din ecuațiile de echilibru ale forțelor și momentelor; se trasează apoi diagramele de momente încovoietoare și se determină momentul încovoiitor rezultat:

$$M_i = \sqrt{M_{ir}^2 + M_{it}^2}.$$

Ținând cont și de momentul de torsiune  $M_t$  care soliciță arborele primar, se determină momentul de încovoiere echivalent:

$$M_{iech} = \sqrt{M_i^2 + \alpha \cdot M_t^2},$$

unde coeficientul  $\alpha$  depinde de ipoteza luată în considerație la compunerea momentelor. Pentru materialele utilizate la realizarea arborilor cutiilor de viteze de cele mai multe ori se apelează la ipoteza tensiunilor tangențiale maxime, caz în care  $\alpha = 1$ .

Efortul unitar echivalent va fi:

$$\sigma_{ech} = \frac{M_{iech}}{\pi \cdot d^3} < \sigma_a,$$

unde  $d$  este diametrul arborelui primar (fig. 55); valoarea admisibilă a efortului unitar este  $\sigma_a = 50 \dots 70$  MPa.

Calculul se efectuează pentru fiecare treaptă de viteză, având în vedere că prin schimbarea treptei se modifică atât distanțele  $l_1$  și  $l_2$ , cât și forțele care acționează asupra roții dințate aflate în angrenare.

Canelurile arborelui primar se verifică la strivire:

$$p_s = \frac{M_t}{r_m \cdot z \cdot h \cdot l_c},$$

în care  $r_m$  este raza medie a canelurilor,  $z$  este numărul de caneluri,  $h$  este înălțimea unei caneluri, iar  $l_c$  este lungimea canelurii (ce corespunde cu lățimea butucului roții dințate). Dacă se ține cont de neuniformitatea repartiției eforturilor unitare de strivire, rezultă:

$$p_s = \frac{M_t}{0,75 \cdot r_m \cdot z \cdot h \cdot l_c} < p_{as}.$$

Valorile admisibile ale presiunii de contact,  $p_{as}$ , sunt:

- pentru îmbinări fixe (roți dințate care nu se deplasează axial):  $p_{as} = 50 \dots 100$  MPa;
- pentru îmbinări mobile (roți dințate care se deplasează axial):  $p_{as} = 20 \dots 25$  MPa.

Canelurile sunt solícitate și la forfecare, efortul unitar tangențial fiind:

$$\tau_f = \frac{M_t}{r_m \cdot z \cdot l_c \cdot b},$$

unde  $b$  este lățimea canelurii. Efortul unitar de forfecare admisibil este de  $20 \dots 30$  MPa.

Dimensiunile canelurilor sunt cele din fig. 55 și tabelul 18.

Pentru predimensionarea arborelui primar se poate utiliza relația:

$$d = 2,38 \cdot \sqrt[3]{M_{e \max}} \quad [mm],$$

în care momentul maxim  $M_{e \max}$  se introduce în daN.m.

Schema de încărcare pentru calculul **arborelui secundar** al unei **cutii de viteze cu doi arbori** este cea din fig. 3.81, iar solícitățile în plan radial și tangențial sunt prezentate în fig. 3.82. Schema de încărcare este realizată pentru cazul în care pinionul conic al transmisiei principale este montat pe arborele secundar al cutiei de viteze.

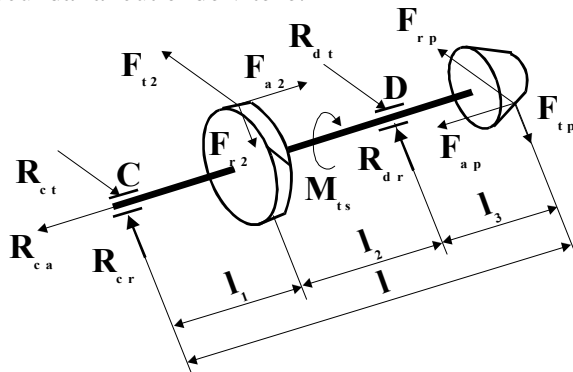


Fig. 3.81 – Schema de încărcare a arborelui secundar al cutiei de viteze cu doi arbori

Și în acest caz, arborele este încărcat cu momente de încovoiere concentrate, produse de către forțele axiale ce acționează asupra pinioanelor:

$$M_{i1} = F_{a2} \cdot r_{d2}$$



și

$$M_{i2} = F_{ap} \cdot r_{mp},$$

unde  $r_{d2}$  este raza de divizare a roții dințate de pe arborele secundar,  $F_{ap}$  este forța axială ce acționează asupra pinionului conic, iar  $r_{mp}$  este raza de divizare în secțiunea medie a pinionului conic.

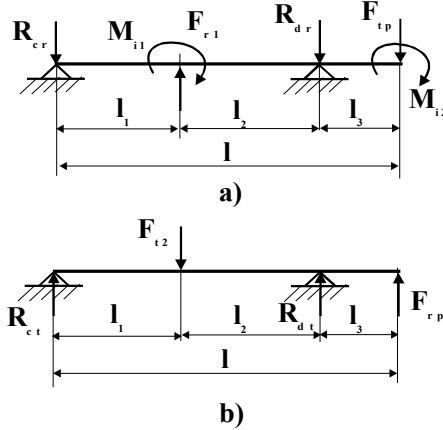


Fig. 3.82 – Solicitarea la încovoiere a arborelui secundar al cutiei de viteze cu doi arbori

a-în plan radial;  
b-în plan tangențial.

Momentul de torsiune  $M_{ts}$ , care soliciță porțiunea de arbore dintre roata dințată a cutiei de viteze și pinionul de atac al transmisiei centrale, este dat de relația:

$$M_{ts} = M_{emax} \cdot i_{kj},$$

unde  $i_{kj}$  este raportul de transmitere al treptei  $j$  de viteză.

Momentul de încovoiere echivalent se determină la fel ca în cazul arborelui primar. Canelurile arborelui secundar sunt de asemenea solicițate la strivire și forfecare, verificarea acestora realizându-se la fel ca la arborele primar.

O predimensionare a arborelui secundar se poate realiza cu ajutorul relațiilor:

$$d = 0,45 \cdot A, \quad d/L = 0,18 \dots 0,21,$$

unde  $d$  este diametrul arborelui,  $A$  este distanța dintre axa arborelui primar și cea a arborelui secundar, iar  $L$  este lungimea arborelui.

Schema de încărcare a **arborelui secundar** al unei cutii de viteze **cu trei arbori** este prezentată în fig. 3.83.

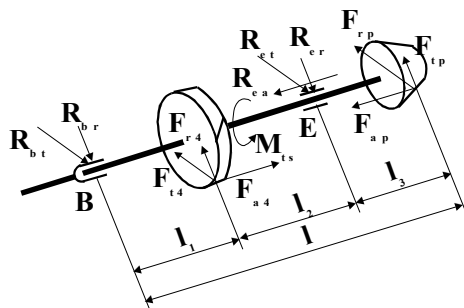


Fig. 3.83 - Schema de încărcare a arborelui secundar al cutiei de viteze cu trei arbori

Solicitățile de încovoiere în plan tangențial și radial sunt cele din fig. 3.84.

Momentele concentrate ce solicită arborele în plan radial sunt:

$$M_{i1} = F_{a4} \cdot r_{d4}$$

și

$$M_{i2} = F_{ap} \cdot r_{mp},$$

unde  $r_{d4}$  este raza de divizare a roții dințate de pe arborele secundar.

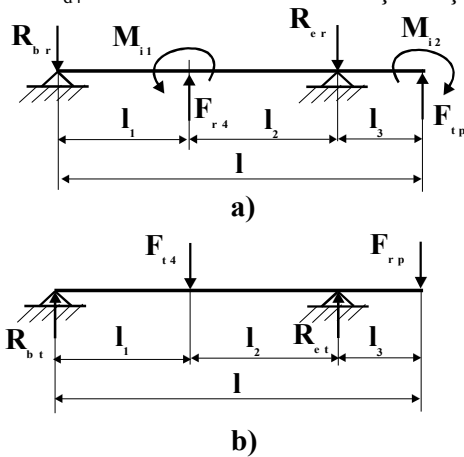


Fig. 3.84 – Solicitarea la încovoiere a arborelui secundar al cutiei de viteze cu trei arbori

a-în plan radial;  
b-în plan tangențial

La determinarea momentului de încovoiere echivalent se va ține cont că porțiunea de arbore dintre roata dințată a cutiei de viteze și pinionul conic aal transmisiei principale este solicitată și la torsiune de către momentul:

$$M_{ts} = M_{emax} \cdot i_{kj},$$

unde  $i_{kj}$  este raportul de transmitere al treptei  $j$  de viteză.

Pentru arborii secundari și intermediari, efortul unitar admisibil este  $\sigma_a = 120 \dots 400$  MPa.

Schema de încărcare a **arborelui intermediar** al cutiilor de **viteze cu trei arbori** este prezentată în fig. 3.85.

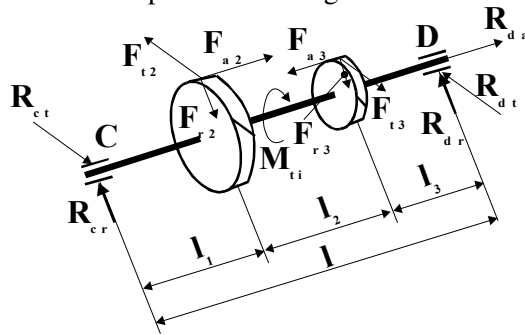


Fig. 3.85 - Schema de încărcare a arborelui intermediar al cutiei de viteze cu trei arbori

Predimensionarea arborelui intermediar se poate realiza cu ajutorul relațiilor:

$$d = 0,45 \cdot A, \quad d/L = 0,16 \dots 0,18,$$

unde  $d$  este diametrul arborelui,  $A$  este distanța dintre axa arborelui primar și cea a arborelui secundar, iar  $L$  este lungimea arborelui.

Momentul de torsiune  $M_{ti}$  care acționează asupra arborelui intermediar este dat de relația:

$$M_{ti} = M_{emax} \cdot i_p,$$

unde  $i_p$  este raportul de transmitere a mișcării de la arborele primar la arborele intermediar.

Arborele intermediar este de asemenea solicitat la încovoiere în plan radial și tangențial, conform schemelor din fig. 3.86.

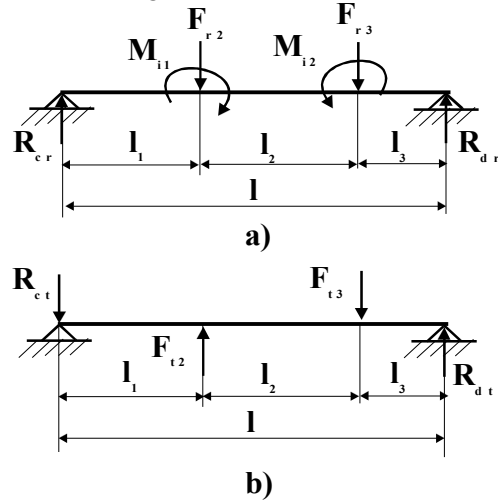


Fig. 3.86 – Solicitarea la încovoiere a arborelui intermediar al cutiei de viteze cu trei arbori

a-în plan radial;  
b-în plan tangențial.

Momentele concentrate ce solicită la încovoiere arborele intermediar în plan radial sunt:

$$M_{i1} = F_{a3} \cdot r_{d3}$$

și

$$M_{i2} = F_{a4} \cdot r_{d4},$$

unde  $r_{d3}$  și  $r_{d4}$  sunt razele de divizare ale roților dințate de pe arborele intermediar.

Materialele utilizate în construcția arborilor cutiei de viteze depind de soluția constructivă adoptată. Astfel, dacă există roți dințate realizate dintr-o bucată cu arborele, pentru acesta se vor utiliza oțelurile aliate folosite în construcția roților dințate. Dacă nu există roți dințate care fac corp comun cu arborele, acesta se va realiza din oțel carbon ( OLC 45, OLC 50) sau din oțeluri aliate cu un conținut mediu de carbon (41MoC11X, 40C10 etc.). După tratament termic, duritatea minimă a fusurilor trebuie să fie de 53 HRC, iar a cea a canelurilor de 56...60 HRC.

Calculul și alegerea **rulmenților** din lagărele arborilor se realizează pe baza **capacității de încărcare dinamică**:

$$C = Q \cdot \sqrt[p]{D} \quad [daN],$$

relație în care Q este sarcina echivalentă care solicită rulmentul, în daN, D este durata de funcționare a rulmentului (durabilitatea), în milioane de rotații, iar p depinde de tipul rulmentului ( $p = 3$  pentru rulmenți cu bile,  $p = 3,33$  pentru rulmenți cu role).

Durabilitatea rulmentului, în milioane rotații, poate fi exprimată în funcție de durata de funcționare în ore,  $D_h$ :

$$D = \frac{60 \cdot n \cdot D_h}{10^6},$$

unde  $n$  este turația, în rot/min. Durata de funcționare în ore, pentru diferite tipuri de autovehicule, este precizată în tabelul 3.4.

Tabelul 3.4

Durabilitatea autovehiculelor

Tipul autovehiculului	Durabilitatea $D_h$ , șmii ore
Motociclete	1,4...3,5
Autoturisme ușoare	2,5...6
Autoturisme grele și autocamioane ușoare	3...7
Camioane grele și autobuze	5...12
Tractoare	2,5...7

Pentru rulmenți radiali și radiali-axiali, sarcina echivalentă este dată de relația:

$$Q = (X \cdot V \cdot F_r + Y \cdot F_a) \cdot f_k \cdot f_d,$$

în care:

- $X$  – coeficientul forței radiale;
- $Y$  – coeficientul forței axiale;
- $V$  – coeficient de rotație, ce ține cont de inelul care se rotește (dacă inelul interior al rulmentului este fix,  $V = 1,2$ ; dacă inelul exterior este fix,  $V = 1$ );
- $F_r$  – forța radială ce acționează asupra rulmentului  $\text{șdaN}$ ;
- $F_a$  – forța axială ce acționează asupra rulmentului  $\text{șdaN}$ ;
- $f_k$  – factorul dinamic al angrenajului, ce depinde de precizia de execuție; pentru autovehicule,  $f_k = 1,1 \dots 1,3$ ;
- $f_d$  – coeficient dinamic; pentru cutiile de viteze ale autovehiculelor echipate cu motoare cu ardere internă,  $f_d = 1,17 \dots 1,45$ .

Coeficienții  $X$  și  $Y$  depind de tipul și dimensiunile rulmentului, fiind precizate în cataloage pentru fiecare tip de rulment.

Această metodă de calcul a rulmenților este valabilă pentru cazul în care lagărul respectiv funcționează la turație constantă, situație care nu se întâlnește în practică. Din acest motiv, calculul rulmenților autovehiculelor și tractoarelor se face cu ajutorul metodei **încărcării echivalente** (prezentate în capitolul 1), capacitatea de încărcare dinamică fiind în acest caz dată de relația:

$$C = Q_e \cdot \sqrt[p]{D_e} \quad [daN].$$

Sarcina echivalentă  $Q_e$  este:

$$Q_e = \left( \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot \beta_i \cdot Q_i^p \right)^{\frac{1}{p}},$$

unde  $\alpha_i$  sunt timpii medii de utilizare a treptelor de viteză (tabelul 5),  $\beta_i$  reprezintă raportul dintre turația motorului corespunzătoare treptei  $i$  și turația echivalentă, iar  $Q_i$  este sarcina dinamică ce încarcă rulmentul în treapta  $i$ .

Durabilitatea echivalentă  $D_e$  este dată de relația:

$$D_e = \frac{60 \cdot n_e \cdot D_h}{10^6},$$

în care turația echivalentă  $n_e$  este determinată conform celor prezentate în capitolul 1.